Übung Künstliche Intelligenz WS 12/13
Wirtschaftsinformatik und Maschinelles Lernen (ISMLL)
Prof. Dr. Dr. Lars Schmidt-Thieme, Ruth Janning, M.Sc.

Übungsblatt 8

Abgabe: Montag, 14.01.2013, 12:00 Uhr (mittags)

Übung 1 Propositional Logic (10 Punkte)

a) Geben Sie die Wahrheitstabellen für folgende Formeln an:

- $\neg A \vee B$
- $A \Rightarrow B$
- $(\neg A) \Leftrightarrow B$
- $A \wedge (B \vee C)$
- $A \vee (B \wedge \neg\, C)$
- $A \Rightarrow (\neg B \wedge C)$

(3 Punkte)

b) Erklären Sie (a) allgemein und (b) an jeweils einem Beispiel (mit Beweis durch Umformungen und/oder Wahrheitstabellen und entsprechenden Erklärungen), was/wann in der Aussagenlogik

- eine Tautologie
- eine Kontradiktion
- eine Formel erfüllbar

ist. (3 Punkte)

c) Entscheiden Sie für die unten stehenden Formeln, ob sie

- eine Tautologie
- eine Kontradiktion
- erfüllbar

sind. Beweisen sie Ihre Entscheidungen durch Umformungen und Wahrheitstabellen mit entsprechenden Erklärungen.

(a) $\neg((A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \vee (A \vee B \vee \neg C))$
(b) $\neg(((A \wedge \neg B) \vee C) \vee ((A \Rightarrow B) \Rightarrow C))$

(4 Punkte)

Übung 2 Propositional Logic (10 Punkte)

a) Beweisen Sie unter Benutzung der auf den Vorlesungsfolien (und unten) angegebenen Regeln, dass Formel $\boldsymbol{G} := (\textit{ist\_Pinguin} \wedge \textit{kann\_nicht\_fliegen})$ aus folgender Formelmenge $\mathcal{F}$ folgt:
$\mathcal{F} := \{\textit{hat\_Gefieder}, \textit{laeuft\_nur}, (\textit{ist\_Vogel} \wedge \textit{kann\_nicht\_fliegen}) \Rightarrow \textit{ist\_Pinguin}, \textit{hat\_Gefieder} \Rightarrow \textit{ist\_Vogel}, (\textit{ist\_Vogel} \wedge \textit{laeuft\_nur}) \Rightarrow \textit{kann\_nicht\_fliegen}\}$

Basic rules for derivation

premise	conclusion	name
$G \in \mathcal{F}$	$\mathcal{F} \vdash G$	assumption
$\mathcal{F} \vdash G, \mathcal{F} \subseteq \mathcal{F}'$	$\mathcal{F}' \vdash G$	monotonicity
$\mathcal{F} \vdash \neg\neg G$	$\mathcal{F} \vdash G$	double negation
$\mathcal{F} \vdash F, \mathcal{F} \vdash G$	$\mathcal{F} \vdash F \wedge G$	$\wedge$-introduction
$\mathcal{F} \vdash F \wedge G$	$\mathcal{F} \vdash F$	$\wedge$-elimination
$\mathcal{F} \vdash F \wedge G$	$\mathcal{F} \vdash G \wedge F$	$\wedge$-symmetry
$\mathcal{F} \vdash F$	$\mathcal{F} \vdash F \vee G$	$\vee$-introduction
$\mathcal{F} \vdash F \vee G$, $\mathcal{F} \cup \{F\} \vdash H, \mathcal{F} \cup \{G\} \vdash H$	$\mathcal{F} \vdash H$	$\vee$-elimination
$\mathcal{F} \vdash F \vee G$	$\mathcal{F} \vdash G \vee F$	$\vee$-symmetry
$\mathcal{F} \cup \{F\} \vdash G$	$\mathcal{F} \vdash F \rightarrow G$	$\rightarrow$ -introduction
$\mathcal{F} \vdash F, \mathcal{F} \vdash F \rightarrow G$	$\mathcal{F} \vdash G$	$\rightarrow$ -elimination
$\mathcal{F} \vdash F$	$\mathcal{F} \vdash (F)$	()-introduction
$\mathcal{F} \vdash (F)$	$\mathcal{F} \vdash F$	()-elimination
$\mathcal{F} \vdash ((F \wedge G) \wedge H)$	$\mathcal{F} \vdash F \wedge G \wedge H$	$\wedge$-parentheses rule
$\mathcal{F} \vdash ((F \vee G) \vee H)$	$\mathcal{F} \vdash F \vee G \vee H$	$\vee$-parentheses rule

(3 Punkte)

b) Wandeln Sie folgende Formel in CNF um und entscheiden dann (mit Beweis wie in Aufgabenteil 1) ob die Formel eine Tautologie, eine Kontradiktion, erfüllbar ist:

- $\neg((A \Rightarrow (B \Rightarrow \neg C)) \vee (A \vee (B \wedge \neg C)))$

Wandeln Sie folgende Formel in DNF um und entscheiden dann (mit Beweis wie in Aufgabenteil 1) ob die Formel eine Tautologie, eine Kontradiktion, erfüllbar ist:

- $(((A \vee \neg B) \wedge C) \vee ((\neg A \Rightarrow B) \Rightarrow C))$

(4 Punkte)

c) Formen Sie die Formel
$A \wedge (\neg B \vee (D \Rightarrow E)) \wedge (A \Rightarrow D) \wedge \neg(\neg(\neg E \vee C) \vee \neg(\neg C \wedge B))$
in Klauselform um und führen sie eine Resolution durch, um herauszufinden, ob die Formel unerfüllbar ist. (3 Punkte)