

Bayesian Networks - Übungsblatt 3

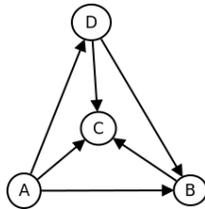
Nicolas Schilling
schilling@ismll.de

May 7, 2015

Abzugeben bis **Mittwoch, 13. Mai 24:00**

Exercise 1: Ordnungen auf Graphen (10 Punkte)

- a) Gibt es für den folgenden Graphen eine topologische Ordnung? Falls ja, ist sie eindeutig?



- b) Gibt es für einen allgemeinen gerichteten Graphen G **immer nur eine** topologische Ordnung? Falls nicht, skizzieren Sie einen gerichteten Graphen mit 4 verschiedenen topologischen Ordnungen und geben Sie diese an.
- c) Sei $G_1 = (V_1, E_1)$ der gerichtete Graph aus Figure 1. Sind die folgenden Ordnungen von G_1 topologisch? Begründen Sie Ihre Antwort!

$$\sigma_1 = (A, B, C, D)$$

$$\sigma_2 = (A, B, D, C)$$

$$\sigma_3 = (A, C, B, D)$$

$$\sigma_4 = (B, A, D, C)$$

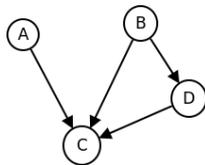


Figure 1: DAG G_1

- d1) Sei $G_2 = (V_2, E_2)$ der gerichtete Graph aus Figure 2. Besitzt G_2 eine topologische Ordnung? Geben Sie eine *äquivalente* Bedingung für die Existenz einer topologischen Ordnung an!

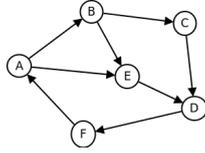


Figure 2: Graph G_2

- d2) Welche Kante müssten Sie löschen (nur eine Kante darf gelöscht werden) damit G_2 eine topologische Ordnung besitzt?

Exercise 2: Graphische Darstellung von ternären Relationen (10 Punkte)

Betrachten Sie den ungerichteten Graphen G_I aus Figure 3. Dazu sei I eine ternäre Relation, für die gilt:

$$I = \left\{ (A, C \mid \{E, F, B\}), (C, A \mid \{E, F, B\}), (A, C \mid \{D, F, B\}), \right. \\ \left. (C, A \mid \{D, F, B\}), (A, D \mid \{E, F, B\}), (D, A \mid \{E, F, B\}) \right\}$$

- Ist I eine symmetrische Relation?
- Ist G_I eine Darstellung von I ? Falls ja, ist G_I eine treue Darstellung von I ?
- Skizzieren Sie einen Graphen, der I darstellt. Dieser Graph muss nicht notwendigerweise treu sein bezüglich I , darf aber **keine** triviale Repräsentation sein.
- Schreiben Sie eine ternäre Relation I auf, für die G_I eine treue Darstellung ist. (Symmetrie kann vernachlässigt werden!!)

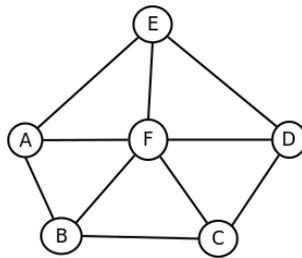


Figure 3: Der ungerichtete Graph G_I

e) Seien nun \hat{I} eine weitere ternäre Relation, für die gilt:

$$\hat{I} = \left\{ (A, B \mid \{C, D\}), (B, A \mid \{C, D\}), (A, C \mid \{D, B\}) \right\}$$

Welche der Eigenschaften *Symmetrie*, *Zerlegbarkeit*, und *Schnitteigenschaft* treffen auf \hat{I} zu? Erweitern Sie \hat{I} sodass alle Eigenschaften gelten!