Petri-Netze

Lebendigkeit von Petri-Netzen

- Eine Transition t heißt:
  - L0-lebendig, falls sie in keinem erreichbaren Folgezustand feuern kann (tot)
  - L1-lebendig, falls es mindestens einen erreichbaren Folgezustand gibt in dem t feuern kann
  - L2-lebendig, falls für jede natürliche Zahl n eine Schaltsequenz existiert, in der t mindestens n mal feuert
  - L3-lebendig, falls es eine unendliche Schaltsequenz gibt, in der t unendlich mal feuert
  - L4-lebendig, falls t in jedem Folgezustand L1-lebendig ist.
- Ein Petri-Netz heißt
  - Ln-lebendig, falls jede Transition mindestens Ln-lebendig ist.

Deadlock-Freiheit

- Ein Petri-Netz mit der Anfangsbelegung M0 heißt (schwach) lebendig oder "Deadlock-frei", wenn jede erreichbare Markierung wenigstens eine Transition aktiviert.

Übergangs- oder Inzidenzmatrix

$$C_{ab} = \begin{cases} W(t_b, s_a) \text{ falls } (t_b, s_a) \in F \setminus F^{-1} \\ -W(s_a, t_b) \text{ falls } (s_a, t_b) \in F \setminus F^{-1} \\ W(t_b, s_a) - W(s_a, t_b) \text{ falls } (t_b, s_a) \in F \cap F^{-1} \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$$

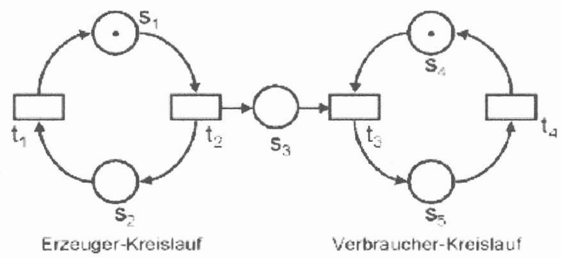
- Sei (S, T, F) ein Petri-Netz mit den Stellen S = {s1, ..., sm}, Transitionen T = {t1, ..., tn} und den Flussrelationen F
- F^{-1} ist die Umkehrrelation der Flussrelation.
- $F \setminus F^{-1}$ bezeichnet alle Stellen, die durch eine Transition mit sich selbst verbunden sind.

T-Invariante

- Gegeben sei ein Petri-Netz (S, T, V) mit zugehöriger Inzidenzmatrix *C*. Der Vektor î heißt T-Invariante von N genau dann wenn:

  C·î = Ô
- Merke: Für jedes lebendige und beschränkte Petri-Netz existiert mindestens eine T-Invariante mit ganzzahligen, positiven Koeffizienten.
- Anschaulich ausgedrückt, ist eine T-Invariante ein Häufigkeitsvektor î für eine Schaltfolge, nach deren Durchführung die Ausgangsmarkierung wieder erreicht wird.

Beispiel T-Invariante



$$C=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad i_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ T-Invariante.}$$